

Instrucciones:

Duración: 1 HORA Y 30 MINUTOS

Elige entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**; **sin mezclar** los de una opción con los de la otra. Cada ejercicio vale 2'5 puntos. **Contesta las preguntas razonando tus conclusiones**; la mera respuesta numérica no vale para obtener la puntuación máxima de cada apartado.

Por favor, escribe de forma ordenada y con letra clara.

Se permite el uso de calculadoras.

Modelo-1-1997

Opción A

Ejercicio 1. (a) De todas tangentes a la gráfica de la función $f : \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$ definida por $f(x) = e^{x-1}$, halla la que pasa por el origen de coordenadas.

(b) Dibuja la región limitada por la gráfica de f , la recta tangente hallada en el punto anterior y el eje de ordenadas..

(b) Halla el área de la región descrita en el apartado anterior.

Ejercicio 2. El alcalde de un pueblo quiere cercar un recinto rectangular cerrado para celebrar las fiestas. Para ello aprovecha una tapia existente como uno de los lados y dispone de 300 m. de tela metálica para hacer los otros tres.

(a) ¿Podrías indicar las dimensiones del recinto acotado de esa forma cuya área es la mayor posible?

(b) La comisión de fiestas del pueblo ha calculado que para montar las atracciones, pista de baile, etc., necesitan 8000 m^2 . Teniendo en cuenta los cálculos realizados en el apartado anterior, ¿será suficientemente grande el recinto que quiere preparar el alcalde?

Ejercicio 3. Determina la ecuación del plano que pasa por el punto $P = (1, 0, 2)$, es paralelo a la recta:

$$r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = z-3, \text{ y es perpendicular al plano } \Pi \equiv 2x - y + z = 0$$

Ejercicio 4.- (a) Define el concepto de matriz inversa de una matriz cuadrada.

(a) ¿Qué condición debe cumplir el determinante de una matriz cuadrada para que ésta sea invertible?

(b) Estudia si hay algún valor de a para el que la siguiente matriz tiene inversa:

$$\begin{pmatrix} 1 & a & 3-2a \\ 1 & a+1 & a-5 \\ 3 & 43a+1 & 1-3a \end{pmatrix}$$

Opción B

Ejercicio 1. De una función f se sabe que es polinómica de tercer grado, que sus primeras derivadas en los puntos $x = 3$ y $x = -1$ son nulas, que $f(2) = 5$, que $f(1) = 2$ y que $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$. Haz un esbozo de la gráfica de f sin realizar ningún cálculo justificando como lo haces a partir de los datos

Ejercicio 2. (a) Halla el punto de inflexión de la función $f : \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$ definida por $f(x) = x \cdot e^{-x}$.

(b) Dibuja la región limitada por la gráfica de f , el eje OX y la recta $x = b$ donde b es la abscisa del punto de inflexión hallado en el apartado anterior.

(c) Calcula el área de la región descrita en el apartado anterior

Ejercicio 3.- (a) Define lo que son vectores linealmente independientes en \mathfrak{R}^3 .

(b) Prueba que los vectores $\mathbf{u} = (2, -1, 0)$ y $\mathbf{v} = (1, 0, 1)$ son linealmente independientes.

(c) Halla el valor de t para el cual el vector $\mathbf{w} = (8, -5, t)$ depende linealmente de \mathbf{u} y \mathbf{v} .

Ejercicio 4. (a) Para los diferentes valores del parámetro real a estudia la posición relativa de los planos dados por:

$$\begin{aligned} \Pi_1 &: x+y+z = a-1 \\ \Pi_2 &: 2x+y+az = a \\ \Pi_3 &: x+ay+z = 1 \end{aligned}$$

(b) si $a = -1$, ¿en qué punto se cortan?